

Machine Learning para Reconocer Patrones en Partidas de Ajedrez

Presentado por:

Nancy María López Murganti

Posgrado en Robótica e Inteligencia Artificial

Universidad Federal do Rio Grande (FURG)

Universidad Tecnológica (UTEC)

Tutor:

Prof. André Prisco Vargas

27 de noviembre de 2021

Resumen

Con el advenimiento de nuevas tecnologías y de procesadores cada vez más potentes, sumados al auge de la Internet que produce una inmensa cantidad de información, la Inteligencia Artificial ha utilizado esta información obteniendo grandes avances al desarrollar nuevos algoritmos y utilizando redes neurales artificiales para resolver todo tipo de situaciones.

La información sobre partidas de ajedrez almacenadas en la web ha servido para analizar las innumerables jugadas realizadas y obtener estrategias que permitan mejorar la enseñanza de nuevos jugadores y también el desempeño de jugadores experimentados.

En este proyecto se analizan partidas de ajedrez reales almacenadas en bases de datos de ámbito público y se buscan tableros por igualdad para identificar los puntajes de los jugadores, posteriormente se utiliza aprendizaje no supervisado con el propósito de interpretar patrones que permitan relacionar las habilidades de los jugadores con la de quienes están aprendiendo a jugar.

Abstract

With the advent of new technologies and increasingly powerful processors, added to the rise of the Internet that produces an immense amount of information, Artificial Intelligence has used this information obtaining great advances developing new algorithms and using artificial neural networks to solve all kinds of situations.

The information on chess games stored on the web has been used to analyze the innumerable plays made and obtain strategies that allow improving the training of new players and also the performance of experienced players.

In this project, real chess games stored in public databases are analyzed and equality boards are searched to identify the player's scores, subsequently unsupervised learning is used in order to interpret patterns that allow relating the skills of the players.

Palabras clave: Ajedrez, elo, PGN, FEN

1. Introducción

La ingente cantidad de datos disponible en Internet presenta grandes desafíos a la hora de obtener información útil a partir de ella, la Inteligencia Artificial ha desarrollado nuevos algoritmos y utilizado redes neuronales artificiales para resolver todo tipo de situaciones.

La información sobre partidas de ajedrez almacenadas en la web ha servido para analizar las innumerables jugadas realizadas por jugadores reales y para obtener estrategias que permitan mejorar la enseñanza de nuevos jugadores y también el desempeño de jugadores experimentados.

Pero la Inteligencia Artificial ha llegado más lejos aún, los motores de ajedrez basan su aprendizaje en lo que la mente humana ha producido, o sea en partidas ya jugadas, o en el asesoramiento de un experto, pero en el año 2017 Deep Mind¹ desarrolló un algoritmo que tomó en cuenta todas las bases de datos de partidas y luego, utilizando aprendizaje por refuerzo, se entrenó 24 horas jugando contra sí mismo y aprendió nuevas jugadas que no se encontraban en las bases de datos (abcBlogs).

Actualmente existen múltiples motores de ajedrez que superan al humano con mayor puntaje dentro del ajedrez: Magnus Carlsen con un puntaje de 2847, según la FIDE (Federación Internacional de Ajedrez), en [Jugadores de Ajedrez, 2020] se puede ver un ranking

¹ Empresa de Google dedicada a la inteligencia artificial.

publicado por CCRL (Computer Chess Rating Lists) donde podemos ver que aún DefenChess que está en el lugar 20 con un puntaje de 3354 supera ampliamente los 2847 puntos de Magnus Carlsen.

Diversos estudios han demostrado los beneficios de la enseñanza del ajedrez tanto en adultos para mejorar la memoria (Lobaina-Lobaina, 2020), como en niños para mejorar el desarrollo de la inhibición cognitiva² (Treviño Guerrero & Tello Jiménez, 2021), en Uruguay la Dirección de Educación del Ministerio de Educación y Cultura creó el programa llamado “Ajedrez para la convivencia” que tiene como objetivo “la creación de una red de trabajo cooperativo entre todos los organismos del Estado que desarrollan actividades de ajedrez socio educativo” (Ajedrez para la convivencia) y su propósito es “hacer disponible para el sistema educativo una propuesta de ajedrez comunitario, social y educativo, como una alternativa pertinente y potente a la vez que transversal e integradora del sistema y subsistemas de educación formal y no formal. De este modo se desarrolla la idea de construcción de ciudadanía, construcción de humanidad, circulación social y la posibilidad de acceso” (Ajedrez para la convivencia), en su página web tiene recursos para que docentes y maestros puedan utilizar en sus aulas.

Este proyecto pretende aportar al aprendizaje analizando la relación entre el puntaje de los jugadores y sus estrategias al momento de realizar la próxima jugada.

La estructura del trabajo es la siguiente: en el capítulo 2 se realiza una revisión bibliográfica a través de trabajos relacionados y se establece la fundamentación teórica, en el capítulo 3 se establece la metodología a utilizar, en el capítulo 4 se explican los resultados alcanzados mientras que en el capítulo 5 se habla de las conclusiones y de los trabajos futuros.

² Capacidad del ser humano para inhibir o controlar las respuestas impulsivas (o automáticas), y generar respuestas mediadas por la atención y el razonamiento.

2. Revisión Bibliográfica

En este capítulo se resume la investigación teórica y la búsqueda bibliográfica realizada en la primera etapa del proyecto

2.1 Trabajos Relacionados

La literatura presenta varios trabajos relacionados con el ajedrez con múltiples abordajes, muchos de ellos abocados a explorar los beneficios del ajedrez, tanto en niños como en jóvenes y adultos, por ejemplo (Lobaina-Lobaina, 2020) elaboró actividades ajedrecísticas con el objeto de mejorar la memoria en adultos mayores, (Treviño Guerrero & Tello Jiménez, 2021) encontraron un mayor nivel de desarrollo de la habilidad de inhibición cognitiva en niños que practicaban ajedrez sobre los que no lo hacían, dado que su estudio fue acotado en la muestra, habría que profundizarlo.

Se ha utilizado el ajedrez para la enseñanza de las ciencias, como por ejemplo las matemáticas (Benítez, Roca, 2018) que busca las matemáticas escondidas en la puntuación del ajedrez, y profundiza específicamente en la materia Probabilidad.

También se ha estudiado la aplicación de la tecnología en la enseñanza del ajedrez, (Llerena, 2019) utilizó realidad aumentada y m-learning para el aprendizaje del ajedrez en adolescentes.

Con el advenimiento de la inteligencia artificial el ajedrez no podría quedar afuera, como lo podemos ver en los trabajos de (Jiménez, 2019) quien diseñó un sistema educativo para jugar al ajedrez con robots industriales, (Sanango, 2019) utilizando algoritmos de visión e inteligencia artificial al ajedrez, (Ochoa, 2020) desarrollo de un sistema inteligente para jugar ajedrez entre los múltiples ejemplos de desarrollo de motores de ajedrez.

2.2 Fundamentación Teórica

2.2.1 Elo

El profesor Árpád Élő, físico estadounidense de origen húngaro, ideó un modelo matemático para medir la habilidad relativa de los deportes de dos oponentes como en el ajedrez, que posteriormente se denominó Elo.

Distintas organizaciones pueden tener distintas implementaciones del mismo método, como es el caso de la ya mencionada FIDE y la USCF (US Chess Federation), donde se puede ver que un mismo jugador generalmente tiene 100 puntos más en la USCF que en la FIDE.

La puntuación Elo se basa en los resultados esperados y los resultados reales de cada partida, cada campeonato o cada mes, de un jugador. Por lo tanto, por la misma definición, no es posible obtener el Elo de un jugador si no es en función de su interacción con un oponente, ya que se calcula en función de sus partidas efectivamente jugadas.

Si un jugador A tiene un Elo R_A y el jugador B tiene un Elo R_B , la puntuación esperada de ambos jugadores es, respectivamente (“Sistema de puntuación Elo”, 2021):

$$E_A = \frac{1}{1 + 10^{(R_B - R_A)/400}}$$

$$E_B = \frac{1}{1 + 10^{(R_A - R_B)/400}}$$

El puntaje Elo aumentará o disminuirá según si la puntuación obtenida (S_A) es mayor o menor que la esperada (E_A), para obtener la nueva puntuación, se utiliza la siguiente fórmula:

$$R'_A = R_A + K(S_A - E_A)$$

Donde k es un factor de ajuste establecido en k=16 para maestros y k=32 para jugadores de un nivel menor.

Ejemplo (“Sistema de puntuación Elo”, 2021).

Por ejemplo, suponiendo que el jugador A tiene una puntuación Elo de 1613 y juega un torneo de cinco rondas en el que se enfrenta a cinco jugadores con los cuales obtiene los resultados de la tabla 1:

Tabla 1
Resultados elo

Elo jugador	Puntuación esperada	Resultado
1609	0,506	0
1477	0,686	½
1388	0,785	1
1586	0,539	1
1720	0,351	0
media: 1556	2,867	2,5

Fuente: Sistema de puntuación Elo. (2021)

De acuerdo con el sistema de puntuación del ajedrez, cada partida ganada vale un punto y cada empate medio punto. La puntuación esperada puede ser calculada para cada partida o para el promedio del puntaje Elo de todos los oponentes.

En este caso el jugador A, al tener un Elo superior en $1613-1556=57$ puntos al de sus oponentes, tiene una expectativa o puntuación esperada de 2,867 puntos, pero solo sumó 2,5 por lo cual su nueva puntuación Elo será, de acuerdo con la fórmula anterior, igual a $1613 + 32 \times (2,5 - 2,867) = 1601$, asumiendo un factor $K=32$.

Los valores de k fueron modificados en el año 2014 por la FIDE, los nuevos valores de la K son los siguientes:

- 8.56 K es el coeficiente de desarrollo.

- $K = 40$ para todo jugador nuevo en la lista de valoración hasta que complete torneos con un total de 30 partidas.
- $K = 20$ mientras la valoración del jugador permanezca por debajo de 2400.
- $K = 10$ una vez que la valoración publicada del jugador alcance 2400 y se quedará en ese valor posteriormente, aunque la valoración del jugador baje de 2400.
- $K = 40$ para todos los jugadores menores de 18 años, mientras su valoración esté por debajo de 2300. (“El cambio de la K en el Elo FIDE”, 2014)

Algunas críticas al sistema ELO (Chess News, 2002) (ChessBase, 2007) son que existe un sesgo contra el jugador de mayor calificación quien tiene que tener un rendimiento superior al promedio sólo para mantener su puntuación, el jugador con menor puntuación, en cambio, con un rendimiento normal aumentará su calificación. Otra crítica que tiene es que una forma de sacar ventaja a este sistema es jugar en torneos con jugadores de menor capacidad.

2.2.2 Ajedrez en la enseñanza y en el proceso de aprendizaje

Como ya mencionamos más arriba, diversos estudios han demostrado los beneficios de la enseñanza del ajedrez tanto en adultos para mejorar la memoria (Lobaina-Lobaina, 2020), como en niños para mejorar el desarrollo de la inhibición cognitiva³ (Treviño Guerrero & Tello Jiménez, 2021)(Martínez, 2012)

Un estudio sobre el aprendizaje del ajedrez en niños en edad preescolar concluyó que dicho aprendizaje influyó favorablemente en el desarrollo de la concentración de la atención y de la flexibilidad del pensamiento en niños en edad preescolar. (Lescaille-Lescaille y cols, 2019)

³ Capacidad del ser humano para inhibir o controlar las respuestas impulsivas (o automáticas), y generar respuestas mediadas por la atención y el razonamiento.

El ajedrez también puede ser usado como una herramienta pedagógica para favorecer la concentración, (Dueñas y cols, 2019) verificaron un aumento de un 46% en la concentración de los estudiantes que participaron en la experiencia.

En Uruguay, el primer piloto del proyecto Ajedrez Escolar comenzó en junio del año 2010 a instancias de la Mag. Edith Moraes, directora del Consejo de Educación Inicial y Primaria (CEIP), posteriormente, con la ayuda de la Federación Uruguaya de Ajedrez (FUA) y la Dirección de Educación del Ministerio de Educación y Cultura se creó el programa llamado “Ajedrez para la convivencia” en el año 2013 que tiene como objetivo “la creación de una red de trabajo cooperativo entre todos los organismos del Estado que desarrollan actividades de ajedrez socio educativo” (Ajedrez para la convivencia) y su propósito es “hacer disponible para el sistema educativo una propuesta de ajedrez comunitario, social y educativo, como una alternativa pertinente y potente a la vez que transversal e integradora del sistema y subsistemas de educación formal y no formal. De este modo se desarrolla la idea de construcción de ciudadanía, construcción de humanidad, circulación social y la posibilidad de acceso” (Ajedrez para la convivencia), en su página web tiene recursos para que docentes y maestros puedan utilizar en sus aulas.

2.2.3 Formato PGN

El formato PGN (*Portable Game Notation*) donde en su última revisión (1994) establece que es un estándar diseñado para la representación de juegos de ajedrez usando archivos de texto ASCII⁴ estructurado para que sea de fácil lectura y escritura para el ser humano y para facilitar el análisis y la representación por programas de computadora (ChessClub).

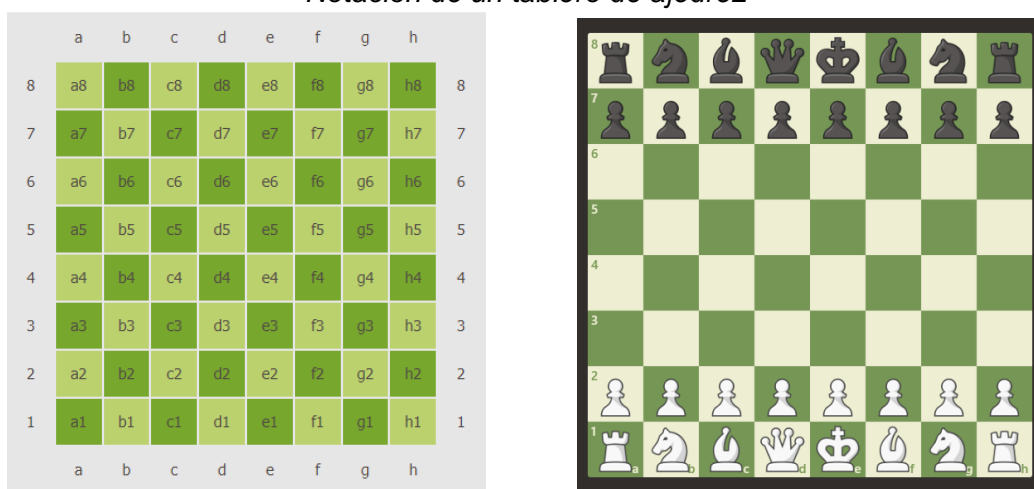
⁴ American Standard Code for Information Interchange

Esta especificación tiene la siguiente estructura: una serie de etiquetas (tags) entre corchetes donde se especifica la información del juego. La sintaxis de cada etiqueta es: corchete de apertura, nombre de la etiqueta en idioma inglés, valor de la etiqueta entre comillas y cierre del corchete (ej. [Event "F/S Return Match"])

A continuación y en forma numerada se escribe cada par de movimientos que finaliza con el resultado del juego. Sólo el último movimiento puede estar compuesto por un solo movimiento. Para describir el movimiento se utiliza la notación estándar algebraica (NEA o SAN por sus siglas en inglés).

Para la abreviatura de cada pieza se utiliza el idioma inglés (K = rey, Q = dama, R = torre, B = alfil, N = caballo, P = peón), en el caso del peón, no se coloca la abreviación. La captura de una pieza se indica con una "x", el enroque corto mediante "O-O" y el enroque largo mediante "O-O-O". La promoción de un peón se indica mediante "=", el jaque mediante el signo "+" y el jaque mate mediante el numeral "#". El asterisco ("*") se utiliza para indicar que el juego quedó incompleto o un juego con resultado desconocido.

Figura 1
Notación de un tablero de ajedrez



Fuente: Cuadrado Lomas (2021)

En la figura 2 vemos un ejemplo del formato PGN donde tenemos el detalle del juego: nombre del evento, el sitio, la fecha, la ronda, los jugadores y el resultado, otras etiquetas útiles son el elo de los jugadores. A continuación sigue el detalle de la partida que se completó con 43 movimientos y terminó en empate (1/2-1/2).

Figura 2
Partida de ajedrez almacenada en formato PGN

```
[Event "F/S Return Match"]
[Site "Belgrade, Serbia JUG"]
[Date "1992.11.04"]
[Round "29"]
[White "Fischer, Robert J."]
[Black "Spassky, Boris V."]
[Result "1/2-1/2"]

1. e4 e5 2. Nf3 Nc6 3. Bb5 a6 4. Ba4 Nf6 5. O-O Be7 6. Re1 b5 7. Bb3 d6 8. c3
O-O 9. h3 Nb8 10. d4 Nbd7 11. c4 c6 12. cxb5 axb5 13. Nc3 Bb7 14. Bg5 b4 15.
Nb1 h6 16. Bh4 c5 17. dxe5 Nxe4 18. Bxe7 Qxe7 19. exd6 Qf6 20. Nbd2 Nxd6 21.
Nc4 Nxc4 22. Bxc4 Nb6 23. Ne5 Rae8 24. Bxf7+ Rxf7 25. Nxf7 Rxe1+ 26. Qxe1 Kxf7
27. Qe3 Qg5 28. Qxg5 hxg5 29. b3 Ke6 30. a3 Kd6 31. axb4 cxb4 32. Ra5 Nd5 33.
f3 Bc8 34. Kf2 Bf5 35. Ra7 g6 36. Ra6+ Kc5 37. Ke1 Nf4 38. g3 Nxh3 39. Kd2 Kb5
40. Rd6 Kc5 41. Ra6 Nf2 42. g4 Bd3 43. Re6 1/2-1/2
```

Fuente: Portable Game Notation. Wikipedia. (2021)

2.2.4 Formato FEN

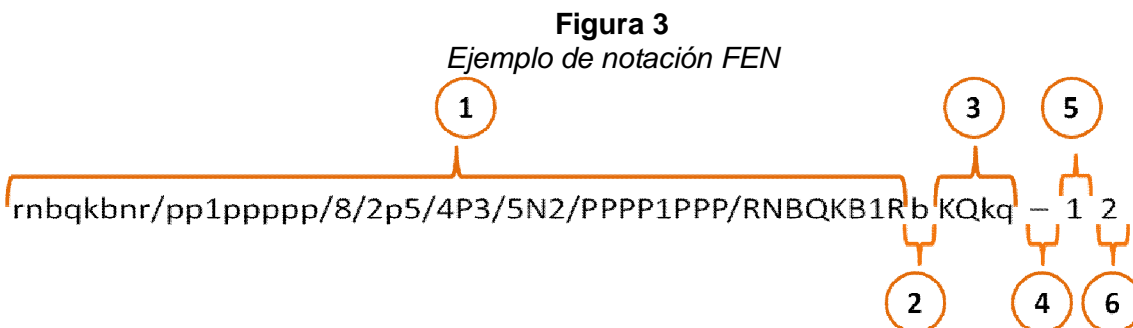
El sistema de notación FEN fue creado por Forsyth-Edwards en el año 1883 y sirve para describir el estado de un tablero en un instante dado en una sola línea.

Las normas básicas son:

- El tablero se lee de izquierda a derecha y de arriba abajo, empezando por la casilla a8.
- Las piezas blancas se nombran por su inicial en mayúsculas, y las piezas negras se nombran por su inicial en minúsculas
- La posición se indica a partir de la primera fila de las negras, escribiendo cada elemento de izquierda a derecha e incluyendo el número de casillas vacías

- Cada fila se separa de las demás mediante una barra (/) (“Notación de Forsyth-Edwards”, 2021)

En la figura 3 vemos un ejemplo de notación FEN.



En la sección 1 se codifica el tablero utilizando la notación ya vista en el formato PGN utilizando las mayúsculas para las piezas blancas y las minúsculas para las piezas negras, si hay casillas vacías se indica con un número cuántos espacios vacíos hay, se separa cada fila mediante el signo “/”. En el ejemplo vemos que la fila 8 están todas las piezas, en la fila 7 se ha movido uno de los peones, la fila 6 está vacía, en la fila 5 hay un peón negro, en la fila 4 está el peón blanco, en la fila 3 está el caballo blanco, en la fila 2 falta un peón y en la fila 1 falta el caballo blanco.

En la sección 2 se indica el jugador al que le toca mover, en este caso le toca a las negras (b = black).

En la sección 3 se indican los posibles enroques (enroque corto el rey, enroque largo la dama), en caso de que ya no sea posible, se coloca el guión (“-”). En este ejemplo vemos que ambos jugadores tienen posibilidad de enroque.

En la sección 4 se especifica la posibilidad de realizar captura al paso de un peón en notación algebraica, en el caso que no haya, como en el ejemplo que estamos viendo, se

coloca un quión (“-“), en el caso de que haya se coloca fila y columna en minúsculas de la pieza que se captura.

Sección 5, cantidad de movimientos desde la última captura o movimiento de peón, se entiende por movimiento al par de jugadas, una de cada jugador, por lo que en el caso del ejemplo sólo se ha concretado un movimiento ya que aún resta mover a las negras.

Sección 6, número de turnos desde que comenzó la partida, en este caso se está en el turno 2.

En la figura 6 vemos el estado del tablero correspondiente al FEN de ejemplo (figura 5).



Nota: elaboración propia utilizando el editor de tableros de Natwarlal Chess 0.14

2.2.5 Aprendizaje automático no supervisado

El aprendizaje automático no supervisado (*unsupervised machine learning*) consiste en tomar datos no etiquetados y realizar agrupamientos (*clustering*) en forma automática basándose en características similares de los datos.

Los enfoques más comunes del aprendizaje no supervisado son:

- Agrupamiento de particiones, requieren que el usuario indique con anterioridad el número de agrupamientos que va a crear (*K-means*, *K-medoids*, CLARA)
- Agrupamiento jerárquico, no requieren que el usuario indique con anterioridad el número de agrupamientos a crear (*agglomerative clustering*, *divisive clustering*)
- Métodos que combinan o modifican los anteriores (*hierarchical K-means*, *fuzzy clustering*, *model based clustering* y *density based clustering*) (Amat, 2017)

3. Metodología

El trabajo metodológico de este proyecto se puede dividir en dos partes: la primera donde se realizó una búsqueda por igualdad de tableros y una segunda parte donde se implementó una función de similitud creada por Brown y cols. (2017) para agrupar partidas similares y reducir la cantidad de partidas a analizar.

3.1 Búsqueda por igualdad de tableros

Se obtuvieron datos en formato pgn de distintas páginas, si bien existe un estándar para la creación de estos archivos se detectaron variantes, por lo que se resolvió utilizar únicamente un conjunto de datos de una sola página, en este caso se utilizaron los datos de la página *The Week in Chess* (Crowther, 2021) Esta página fue creada en el año 1994, tiene su sede en el Reino Unido y publica semanalmente los resultados de los principales eventos internacionales.

Los datos obtenidos fueron procesados utilizando *parsita* (Hagen, 2021), (Matteson, 2021), una librería open source de Python que realiza un análisis sintáctico del archivo (*parsing*).

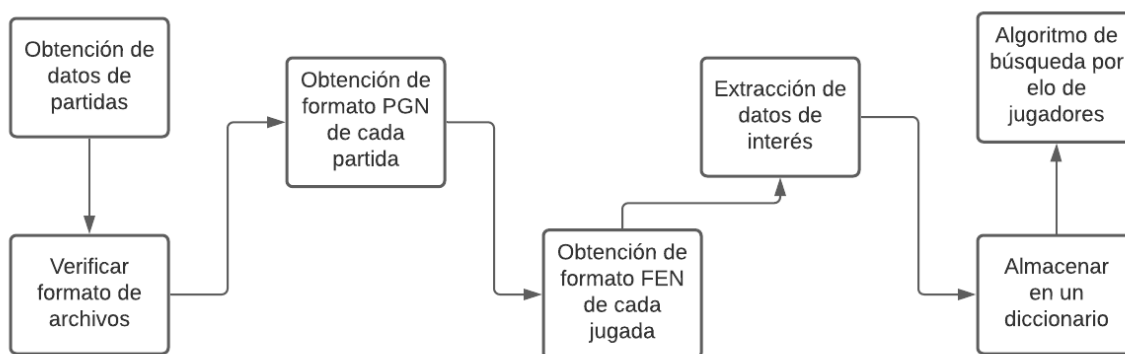
Una vez analizado cada archivo, se descartaron los que contenían errores y se procedió a procesar los archivos correctos.

Para convertir cada movimiento de cada partida en formato fen se utilizó parse-pgn-files (Matteson, 2021) adaptando el código para el formato de los archivos utilizados.

Cada archivo, que contiene un número variable de partidas, fue procesado almacenando cada partida en un diccionario Python y cada diccionario se transformó en tantos tableros en formato fen como pares de jugadas tenía la partida almacenando únicamente los datos a utilizar: número de partida, número del movimiento, elo del jugador de las blancas, elo del jugador de las negras y tableros correspondientes a cada jugador almacenando estos tableros en un archivo .csv.

Figura 4

Diagrama de Flujo del proceso realizado con los datos.



Fuente: autoría propia.

En las siguientes imágenes se puede ver el proceso por el que sigue el archivo pgn. Cada archivo pgn tiene el formato de la figura 5 donde se puede dividir cada partida en información sobre el archivo y las jugadas realizadas.

Figura 5
Formato pgn de una partida

```
[Event "World Rapid 2016"]
[Site "Doha QAT"]
[Date "2016.12.26"]
[Round "1.1"]
[White "Carlsen,M"]
[Black "Ganguly,S"]
[Result "1/2-1/2"]
[WhiteTitle "GM"]
[BlackTitle "GM"]
[WhiteElo "2840"]
[BlackElo "2668"]
[ECO "A00"]
[Opening "Van't Kruijs opening"]
[WhiteFideId "1503014"]
[BlackFideId "5002150"]
[EventDate "2016.12.26"]
1. e3 d5 2. c4 e6 3. Nf3 Nf6 4. b3 Be7 5. Bb2 O-O 6. Nc3 c5 7. cxd5 Nxd5
8. Qc2Nc6 9. h4 h6 10. g4 Nxc3 11. dxc3 e5 12. g5 h5 13. Bc4 Be6 14. Bxe6
fxe6 15. Nd2Qe8 16. Rf1 b5 17. Qe4 a5 18. a4 bxa4 19. bxa4 Qd7 20. Ke2
Rad8 21. Rad1 Qb7 22. Ba3 Rd5 23. c4 Qa6 24. Ke1 Rd7 25. Qg6 Nb4 26. Bxb4
cxb4 27. Qxh5 Rfd8 28. Qg4Rd3 29. Ke2 b3 30. Nxb3 Rxb3 31. Rxd8+ Bxd8 32.
Rd1 Be7 33. Kf3 Rb4 34. Kg3 Qxc435. Qh5 Qc6 36. Qg6 Rxa4 37. h5 Qc4 38.
Rd8+ Bxd8 39. Qe8+ Kh7 40. Qg6+ Kg8 1/2-1/2
```

Fuente: autoría propia

Cada una de las partidas se convierte en un diccionario dividido en anotaciones ('annotations') y el juego ('game') que a su vez contiene los movimientos ('moves') y el resultado ('outcome'), cada movimiento está numerado y consiste en un par de jugadas: la jugada de las piezas blancas y la jugada de las piezas negras, como se ve en la figura 6.

Figura 6
Entrada del diccionario correspondiente a una partida

```
[
  {
    'annotations':
      {
        'Event': 'World Rapid 2016', 'Site': 'Doha QAT', 'Date': '2016.12.26', 'Round': '1.1',
        'White': 'Carlsen,M', 'Black': 'Ganguly,S', 'Result': '1/2-1/2', 'WhiteTitle': 'GM',
        'BlackTitle': 'GM', 'WhiteElo': '2840', 'BlackElo': '2668', 'ECO': 'A00', 'Opening': "Van't
        Kruijs opening", 'WhiteFideId': '1503014', 'BlackFideId': '5002150', 'EventDate':
        '2016.12.26'
      },
    'game':
      {
        'moves': [[1, 'e3', 'd5'], [2, 'c4', 'e6'], [3, 'Nf3', 'Nf6'], [4, 'b3', 'Be7'], [5, 'Bb2',
        'O-O'], [6, 'Nc3', 'c5'], [7, 'cxd5', 'Nxd5'], [8, 'Qc2', 'Nc6'], [9, 'h4', 'h6'], [10,
        'g4', 'Nxc3'], [11, 'dxc3', 'e5'], [12, 'g5', 'h5'], [13, 'Bc4', 'Be6'], [14, 'Bxe6',
        'fxe6'], [15, 'Nd2', 'Qe8'], [16, 'Rf1', 'b5'], [17, 'Qe4', 'a5'], [18, 'a4', 'bxa4'], [19,
        'bxa4', 'Qd7'], [20, 'Ke2', 'Rad8'], [21, 'Rad1', 'Qb7'], [22, 'Ba3', 'Rd5'], [23, 'c4',
        'Qa6'], [24, 'Ke1', 'Rd7'], [25, 'Qg6', 'Nb4'], [26, 'Bxb4', 'cxb4'], [27, 'Qxh5', 'Rfd8'],
        [28, 'Qg4', 'Rd3'], [29, 'Ke2', 'b3'], [30, 'Nxb3', 'Rxb3'], [31, 'Rxd8+', 'Bxd8'], [32,
        'Rd1', 'Be7'], [33, 'Kf3', 'Rb4'], [34, 'Kg3', 'Qxc4'], [35, 'Qh5', 'Qc6'], [36, 'Qg6',
        'Rxa4'], [37, 'h5', 'Qc4'], [38, 'Rd8+', 'Bxd8'], [39, 'Qe8+', 'Kh7'], [40, 'Qg6+',
        'Kg8']], 'outcome': '1/2-1/2'
      }
  }
]
```

Fuente: autoría propia

A continuación, de cada una de esas entradas del diccionario se seleccionó los elos de los jugadores, el número de la jugada y se recreó el tablero correspondiente a cada par de jugadas en formato FEN, numerándose además cada partida como se muestra en la figura 7.

Figura 7
Formato FEN correspondiente a la partida de la figura 6 con los datos a utilizar

```
partida,WhiteElo,BlackElo,jugada,tableroWhite,tableroBlack
1,2840,2668,0,rbnqkbnr/pppppppp/8/8/4P3/PPPP1PPP/RNBQKBNR w - KQkq,rbnqkbnr/ppp1pppp/8/3p4/8/4P3/PPPP1PPP/RNBQKBNR w d6 KQkq
1,2840,2668,1,rbnqkbnr/ppp1pppp/8/3p4/2P5/4P3/PP1P1PPP/RNBQKBNR b c3 KQkq,rbnqkbnr/ppp2pppp/4p3/3p4/2P5/4P3/PP1P1PPP/RNBQKBNR w - KQkq
1,2840,2668,2,rbnqkbnr/ppp2pppp/4p3/3p4/2P5/4PN2/PP1P1PPP/RNBQKBNR b - KQkq,rbnqkbnr/ppp2pppp/4pn2/3p4/2P5/4PN2/PP1P1PPP/RNBQKBNR w - KQkq
1,2840,2668,3,rbnqkbnr/ppp2pppp/4pn2/3p4/2P5/1P2PN2/P2P1PPP/RNBQKBNR b - KQkq,rbnqkbnr/ppp1pppp/4pn2/3p4/2P5/1P2PN2/P2P1PPP/RNBQKBNR w - KQkq
1,2840,2668,4,rbnqkbnr/ppp1pppp/4pn2/3p4/2P5/1P2PN2/PB1P1PPP/RN1QKB1R b - KQkq,rbnqkbnr/ppp1pppp/4pn2/3p4/2P5/1P2PN2/PB1P1PPP/RN1QKB1R w - KQ
1,2840,2668,5,rbnqkbnr/ppp1pppp/4pn2/3p4/2P5/1PN1PN2/PB1P1PPP/R2QKB1R b - KQ,rbnqkbnr/ppp2pppp/4pn2/2pp4/2P5/1PN1PN2/PB1P1PPP/R2QKB1R w c6 KQ
1,2840,2668,6,rbnqkbnr/ppp2pppp/4pn2/2pp4/8/1PN1PN2/PB1P1PPP/R2QKB1R b c6 KQ,rbnqkbnr/ppp2pppp/4p3/2pn4/8/1PN1PN2/PB1P1PPP/R2QKB1R w - KQ
1,2840,2668,7,rbnqkbnr/ppp2pppp/4p3/2pn4/8/1PN1PN2/PBQ1PPP/R3KB1R b - KQ,r1bq1rk1/pp2bpppp/2n1p3/2pn4/8/1PN1PN2/PBQ1PPP/R3KB1R w - KQ
1,2840,2668,8,r1bq1rk1/pp2bpppp/2n1p3/2pn4/7P/1PN1PN2/PBQ1PPP/R3KB1R b h3 KQ,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n1p2p/2pn4/7P/1PN1PN2/PBQ1PPP/R3KB1R w - KQ
1,2840,2668,9,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n1p2p/2pn4/6PP/1PN1PN2/PBQ1P2/R3KB1R b g3 KQ,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n1p2p/2p5/6PP/1PN1PN2/PBQ1P2/R3KB1R w - KQ
1,2840,2668,10,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n1p2p/2p5/6PP/1PP1PN2/PBQ2P2/R3KB1R b - KQ,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n4p/2p1p3/6PP/1PP1PN2/PBQ2P2/R3KB1R w - KQ
1,2840,2668,11,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n4p/2p1p1P/7P/1PP1PN2/PBQ2P2/R3KB1R b - KQ,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n5/2p1p1Pp/7P/1PP1PN2/PBQ2P2/R3KB1R w - KQ
1,2840,2668,12,r1bq1rk1/pp2bppp1/2n5/2p1p1Pp/2B4P/1PP1PN2/PBQ2P2/R3K2R b - KQ,r2q1rk1/pp2bppp1/2n1b3/2p1p1Pp/2B4P/1PP1PN2/PBQ2P2/R3K2R w - KQ
1,2840,2668,13,r2q1rk1/pp2bppp1/2n1B3/2p1p1Pp/7P/1PP1PN2/PBQ2P2/R3K2R b - KQ,r2q1rk1/pp2b1p1/2n1p3/2p1p1Pp/7P/1PP1PN2/PBQ2P2/R3K2R w - KQ
1,2840,2668,14,r2q1rk1/pp2b1p1/2n1p3/2p1p1Pp/7P/1PP1P3/PBQ1P2/R3K2R b - KQ,r3qrk1/pp2b1p1/2n1p3/2p1p1Pp/7P/1PP1P3/PBQ1P2/R3K2R w - KQ
1,2840,2668,15,r3qrk1/pp2b1p1/2n1p3/2p1p1Pp/7P/1PP1P3/PBQ1P2/R3K2R b - Q,r3qrk1/p3b1p1/2n1p3/1pp1p1Pp/7P/1PP1P3/PBQ1P2/R3K2R w b6 Q
1,2840,2668,16,r3qrk1/p3b1p1/2n1p3/1pp1p1Pp/4Q2P/1PP1P3/PB1N1P2/R3K2R b - Q,r3qrk1/4b1p1/2n1p3/1pp1p1Pp/4Q2P/1PP1P3/PB1N1P2/R3K2R w a6 Q
1,2840,2668,17,r3qrk1/4b1p1/2n1p3/1pp1p1Pp/P3Q2P/1PP1P3/1B1N1P2/R3K2R b a3 Q,r3qrk1/4b1p1/2n1p3/p1p1p1Pp/p3Q2P/1PP1P3/1B1N1P2/R3K2R w a3 Q
1,2840,2668,18,r3qrk1/4b1p1/2n1p3/p1p1p1Pp/P3Q2P/2P1P3/1B1N1P2/R3K2R b a3 Q,r4rk1/3qb1p1/2n1p3/p1p1p1Pp/P3Q2P/2P1P3/1B1N1P2/R3K2R w - Q
...
```

Fuente: autoría propia

Por último, luego de procesar todos los archivos, se pasó nuevamente esa información a un dataframe Python con el formato que se muestra en la figura 8.

Figura 8

Entrada del dataframe correspondiente a la figura 7

```
1 print(dfResFinal.iloc[1])
```

partida	1
WhiteElo	2840
BlackElo	2668
jugada	1
tableroWhite	rnbqkbnr/ppp1pppp/8/3p4/2P5/4P3/PP1P1PPP/RNBQK...
tableroBlack	rnbqkbnr/ppp2ppp/4p3/3p4/2P5/4P3/PP1P1PPP/RNBQ...

Name: 1, dtype: object

Fuente: autoría propia

Una vez procesados los datos se procedió a escribir algoritmos que permitieran la búsqueda de una jugada en particular, en formato FEN, de cualquiera de los jugadores involucrados obteniendo el elo de los jugadores, su desviación estándar y la cantidad de jugadores cuyos tableros coincidieran con los buscados (Figura 9)

Figura 9

Código Python para la obtención de elos

```
1 def eloJugadorBlack(fenWhite, fenBlack):
2     eloRes= df.query('tableroWhite.str.contains("'" + fenWhite + "'") and tableroBlack.str.contains("'" + fenBlack + "''), engine='python')
3     print('Cantidad de coincidencias: ', len(eloRes))
4     promedioElo = eloRes['BlackElo'].mean()
5     print('Promedio elo jugador black: ', int(promedioElo))
6     print('Clasificacion jugador black: ', clasificaElo(int(promedioElo)))
7     import numpy as np
8     print(eloRes['BlackElo'].describe())
9     import matplotlib.pyplot as plt
10    plt.style.use("bmh")
11    plt.plot()
12    x_values = eloRes['BlackElo'].unique()
13    y_values = eloRes['BlackElo'].value_counts().tolist()
14    plt.bar(x_values, y_values)
15    plt.show()
16    plt.close('all')
```

Fuente: autoría propia

3.2 Función de similitud

La cantidad posible de combinaciones válidas en un tablero de ajedrez es aproximadamente 10^{40} (González et. Al, 2016), por lo cual es difícil encontrar dos jugadas iguales con una búsqueda por posición exacta, además del tiempo que lleva y de recursos que consume analizar un gran número de partidas, para llegar a un mejor resultado se necesitaría invertir mayor tiempo y desarrollar un algoritmo más eficiente para almacenar y analizar las partidas.

En la primera parte de este trabajo (búsqueda por igualdad de tableros) no se consideró la diferencia entre la jugada y el estado del juego, un ejemplo de esta situación se puede ver en la figura 18 donde, como podemos ver, no habría diferencia si la torre blanca estuviera en la posición a8 o en la posición b8, pero en la búsqueda por posición exacta no es posible diferenciar ambos tableros, para mejorarlo se podría utilizar la búsqueda por similitud entre dos posiciones.

González et. Al (2016) desarrollaron una función de similitud donde le asignaron distintos costos a cada tipo de pieza para calcular el costo mínimo de movimientos para obtener el tablero final a partir de un tablero origen como forma de encontrar patrones abstractos de posición. Esto nos daría los tableros similares permitiendo realizar una búsqueda con una mayor probabilidad de coincidencias.

Brown y cols. (2017) realizaron un módulo de aprendizaje no supervisado con el objetivo de agrupar partidas similares para reducir el número de partidas a analizar y detectar partidas inusuales pero interesantes de estudiar. Para ello aplicaron una función de similitud como la ya mencionada en (González et. Al, 2016). En este caso, utilizaron una matriz de 9 dimensiones donde las dimensiones 1 y 2 son las coordenadas de la pieza antes del movimiento, las 3 y 4 las coordenadas de la pieza después del movimiento, las dimensiones 5 y

6 son las coordenadas de la pieza capturada, las 7 y 8 el peso de las piezas antes y después del movimiento respectivamente y por último la dimensión 9 es el peso de la pieza capturada. La distancia de similitud entre dos movimientos f y g en este contexto, es la distancia euclidiana en este espacio de 9 dimensiones y está dada por la siguiente fórmula:

$$dist(F, G) = \sum_{i=1}^M dist(F[i], G[i])$$

donde F y G son los juegos de ajedrez considerados, $F[i]$ es el i -ésimo movimiento en F , $G[i]$ es el i -ésimo movimiento en G y M es el mayor de los dos números máximos de movimientos en F y en G .

La aplicación de las funciones de distancia permitiría una agrupación de juegos similares reduciendo la cantidad de jugadas a analizar.

Para obtener los valores necesarios para completar las 9 dimensiones se utilizó chess.com para obtener las coordenadas del movimiento agregándoselas al fen anterior, luego se recrearon todas las partidas para localizar las jugadas que involucraran capturas, enroques y promociones para luego poder aplicar la fórmula de distancia.

4. Resultados alcanzados

4.1 Búsqueda por igualdad de tableros

En la primera parte del trabajo y debido a la limitación en el hardware utilizado para el análisis de los datos se analizó únicamente la mitad de los datos obtenidos: 698.862 partidas con 27.660.556 movimientos.

La estadística de los datos obtenidos se muestra en la figura 10.

Figura 10
Estadísticas de las partidas analizadas

1 df.describe()

	partida	WhiteElo	BlackElo	jugada
count	2.766056e+07	2.766056e+07	2.766056e+07	2.766056e+07
mean	3.456077e+05	2.247272e+03	2.247047e+03	2.444599e+01
std	2.003744e+05	3.132097e+02	3.122861e+02	1.830252e+01
min	2.000000e+00	1.001000e+03	1.001000e+03	0.000000e+00
25%	1.725050e+05	2.085000e+03	2.085000e+03	1.000000e+01
50%	3.449630e+05	2.296000e+03	2.295000e+03	2.100000e+01
75%	5.160910e+05	2.458000e+03	2.457000e+03	3.500000e+01
max	6.988620e+05	3.958000e+03	3.958000e+03	3.170000e+02

Fuente: autoría propia

La desviación estándar del elo de los jugadores es de 313 por lo que se buscaron jugadas con una desviación inferior a 100 pero que haya sido realizada por varios jugadores en distintas partidas, algunas de las encontradas son las que se presentan a continuación.

Al contrario de lo que se esperaba no se encontraron muchas partidas que coincidieran, la mayor cantidad de coincidencias hallada fue de nueve partidas.

Análisis De Las Jugadas

En las figuras 11 y 12 se encontró la jugada realizada por nueve jugadores, la desviación estándar es de 53.52, donde el jugador de menor elo tiene 2660 y el de mayor elo

2788, obteniendo un promedio de 2734 que dentro de la clasificación FIDE corresponde a un Candidato a Campeón del Mundo (figura 11)

En las figuras 13 y 14 se encontró la jugada realizada por nueve jugadores, la desviación estándar es de 53.51, donde el jugador de menor elo tiene 2660 y el de mayor elo 2788, obteniendo un promedio de 2734 que dentro de la clasificación FIDE corresponde a un Candidato a Campeón del Mundo.

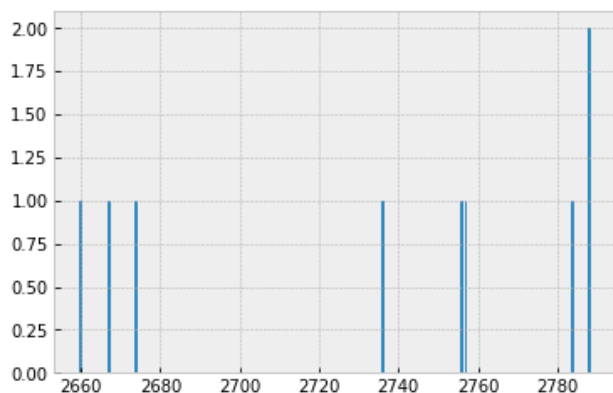
En las figuras 15 y 16 se encontró la jugada realizada por nueve jugadores, la desviación estándar es de 87.32, donde el jugador de menor elo tiene 2519 y el de mayor elo 2788, obteniendo un promedio de 2664 que dentro de la clasificación FIDE corresponde a un Súper Gran Maestro.

En las figuras 17 y 18 se encontró la jugada realizada por siete jugadores, la desviación estándar es de 92.41, donde el jugador de menor elo tiene 2551 y el de mayor elo 2782, obteniendo un promedio de 2703 que dentro de la clasificación FIDE corresponde a un Candidato a Campeón del Mundo.

Figura 11

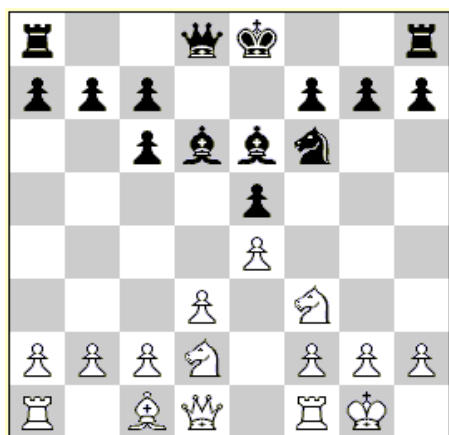
Jugada analizada

Jugada piezas blancas r2qk2r/ppp2ppp/2pbbn2/4p3/3PP3/5N2/PPPN1PPP/R1BQ1RK1
 Jugada piezas negras r2qk2r/ppp2ppp/2pbbn2/4p3/4P3/3P1N2/PPPN1PPP/R1BQ1RK1
 Cantidad de coincidencias: 9
 Promedio elo jugador white: 2734
 Clasificacion jugador white: Candidato a Campeón del Mundo
 count 9.000000
 mean 2734.444444
 std 53.516612
 min 2660.000000
 25% 2674.000000
 50% 2756.000000
 75% 2784.000000
 max 2788.000000
 Name: WhiteElo_x, dtype: float64



Fuente: autoría propia

Figura 12

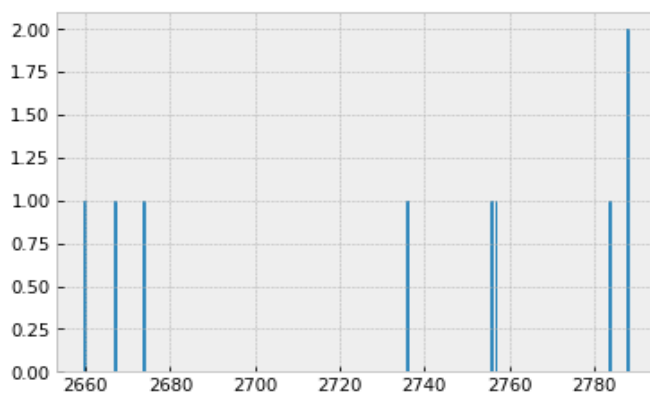
Tableros correspondientes a la jugada analizada.

r2qk2r/ppp2ppp/2pbbn2/4p3/4P3/3P1N2/PPPN1PPP/R1BQ1RK1 r2qk2r/ppp2ppp/2pbbn2/4p3/3PP3/5N2/PPPN1PPP/R1BQ1RK1

Fuente: elaboración propia utilizando el editor de tableros de ajedrezeureka.com

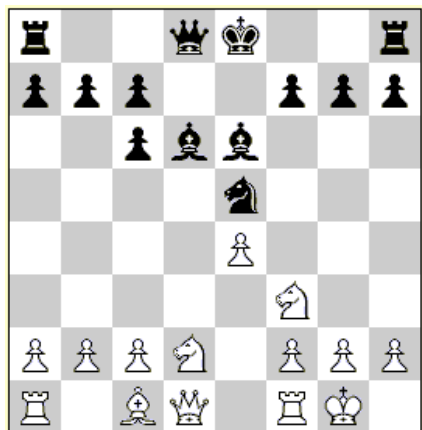
Figura 13
Jugada analizada

Jugada piezas blancas r2qk2r/ppp2ppp/2pbb3/4N3/4P3/8/PPPN1PPP/R1BQ1RK1
 Jugada piezas negras r2qk2r/ppp2ppp/2pbb3/4n3/4P3/5N2/PPPN1PPP/R1BQ1RK1
 Cantidad de coincidencias: 9
 Promedio elo jugador white: 2734
 Clasificacion jugador white: Candidato a Campeón del Mundo
 count 9.000000
 mean 2734.444444
 std 53.516612
 min 2660.000000
 25% 2674.000000
 50% 2756.000000
 75% 2784.000000
 max 2788.000000
 Name: WhiteElo_x, dtype: float64

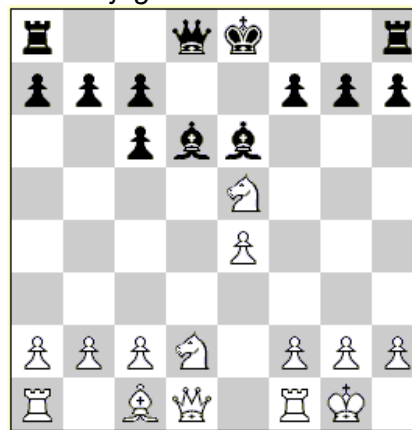


Fuente: autoría propia

Figura 14
Tableros correspondientes a la jugada analizada



r2qk2r/ppp2ppp/2pbb3/4n3/4P3/5N2/PPPN1PPP/R1BQ1RK1

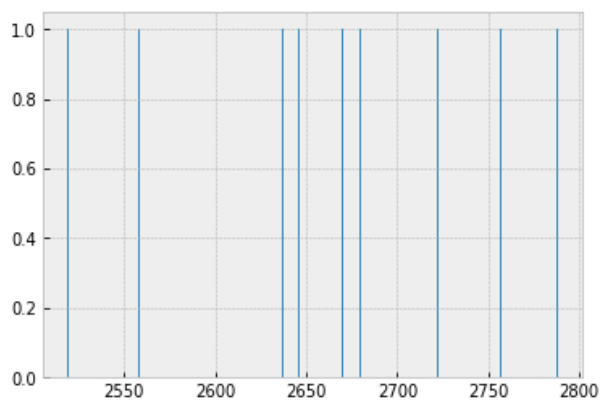


r2qk2r/ppp2ppp/2pbb3/4N3/4P3/8/PPPN1PPP/R1BQ1RK1

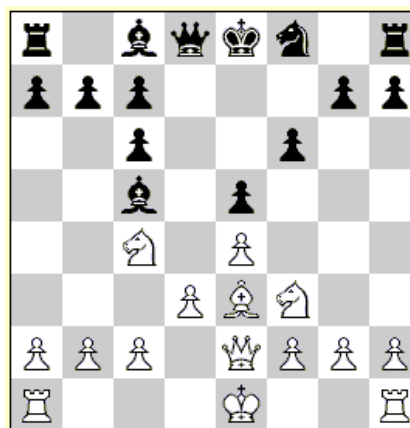
Fuente: elaboración propia utilizando el editor de tableros de ajedrezeureka.com

Figura 15*Jugada analizada*

Jugada piezas blancas r1bqkn1r/ppp3pp/2p2p2/2b1p3/2N1P3/3PBN2/PPP1QPPP/R3K2R
 Jugada piezas negras r1bqkn1r/ppp3pp/2p2p2/2b1p3/2N1P3/3P1N2/PPP1QPPP/R1B1K2R
 Cantidad de coincidencias: 9
 Promedio elo jugador white: 2664
 Clasificacion jugador white: Súper Gran Maestro
 count 9.000000
 mean 2664.111111
 std 87.317588
 min 2519.000000
 25% 2637.000000
 50% 2670.000000
 75% 2722.000000
 max 2788.000000
 Name: WhiteElo_x, dtype: float64



Fuente: autoría propia

Figura 16*Tableros correspondientes a la jugada analizada*

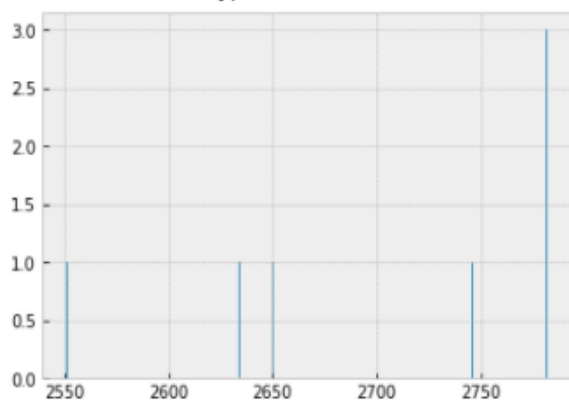
r1bqkn1r/ppp3pp/2p2p2/2b1p3/2N1P3/3P1N2/PPP1QPPP/R1B1K2R

r1bqkn1r/ppp3pp/2p2p2/2b1p3/2N1P3/3PBN2/PPP1QPPP/R3K2R

Fuente: elaboración propia utilizando el editor de tableros de ajedrezureka.com

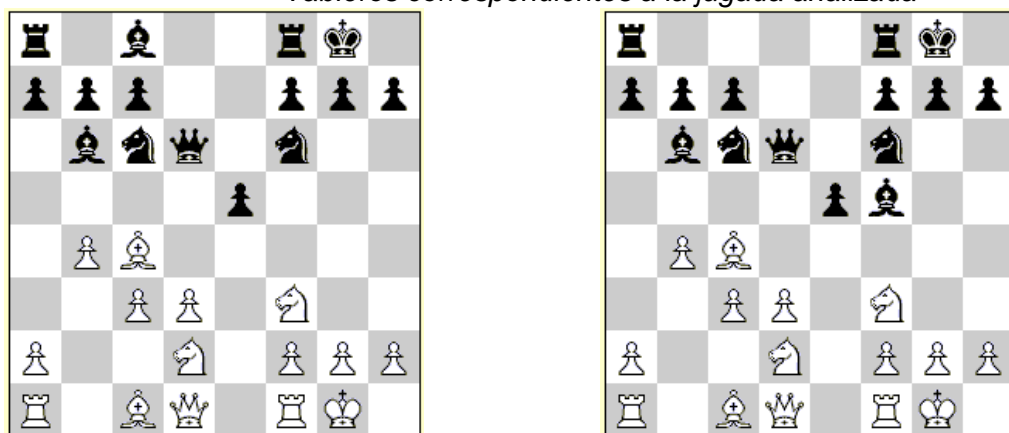
Figura 17
Jugada analizada

Jugada piezas blancas r1b2rk1/ppp2ppp/1bnq1n2/4p3/1PB5/2PP1N2/P2N1PPP/R1BQ1RK1
 Jugada piezas negras r4rk1/ppp2ppp/1bnq1n2/4pb2/1PB5/2PP1N2/P2N1PPP/R1BQ1RK1
 Cantidad de coincidencias: 7
 Promedio elo jugador black: 2703
 Clasificacion jugador black: Candidato a Campeón del Mundo
 count 7.000000
 mean 2703.857143
 std 92.412893
 min 2551.000000
 25% 2642.000000
 50% 2746.000000
 75% 2782.000000
 max 2782.000000
 Name: BlackElo, dtype: float64



Fuente: autoría propia

Figura 18
Tableros correspondientes a la jugada analizada



r1b2rk1/ppp2ppp/1bnq1n2/4p3/1PB5/2PP1N2/P2N1PPP/R1BQ1RK1 r4rk1/ppp2ppp/1bnq1n2/4pb2/1PB5/2PP1N2/P2N1PPP/R1BQ1RK1

Fuente: elaboración propia utilizando el editor de tableros de ajedrezeureka.com

4.2 Función de similitud

En la segunda parte del trabajo se implementó la función distancia creada por Brown y Cols. (2017).

En la Fig. 19 y la Fig. 20 se puede ver la gráfica de distancias entre las jugadas de una misma partida, la primera con 57 movimientos y la segunda con 126 movimientos.

Figura 19: distancia entre jugadas de una misma partida.

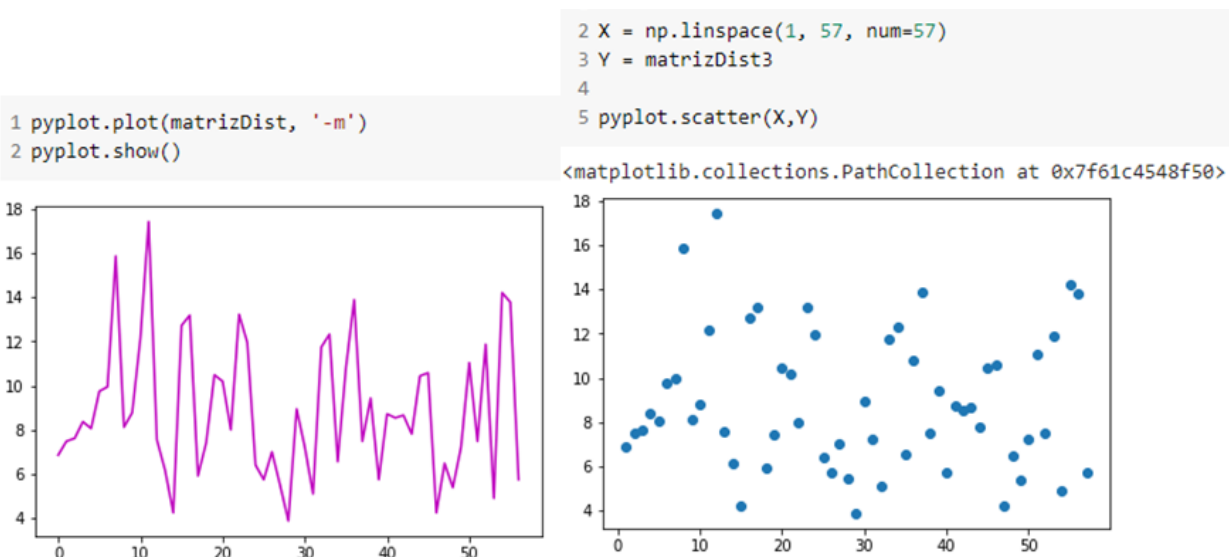
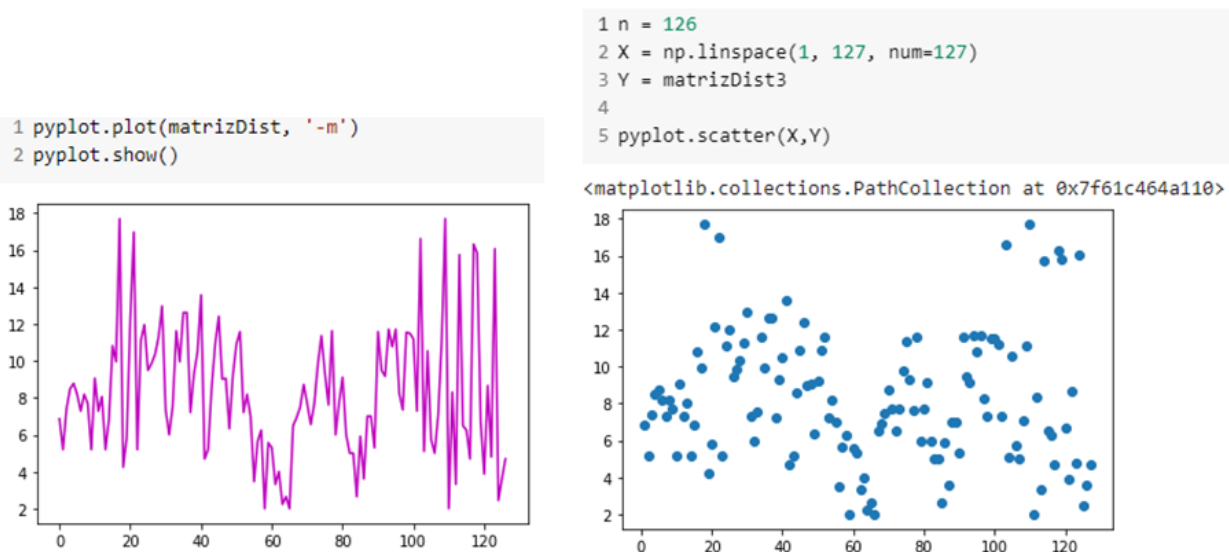
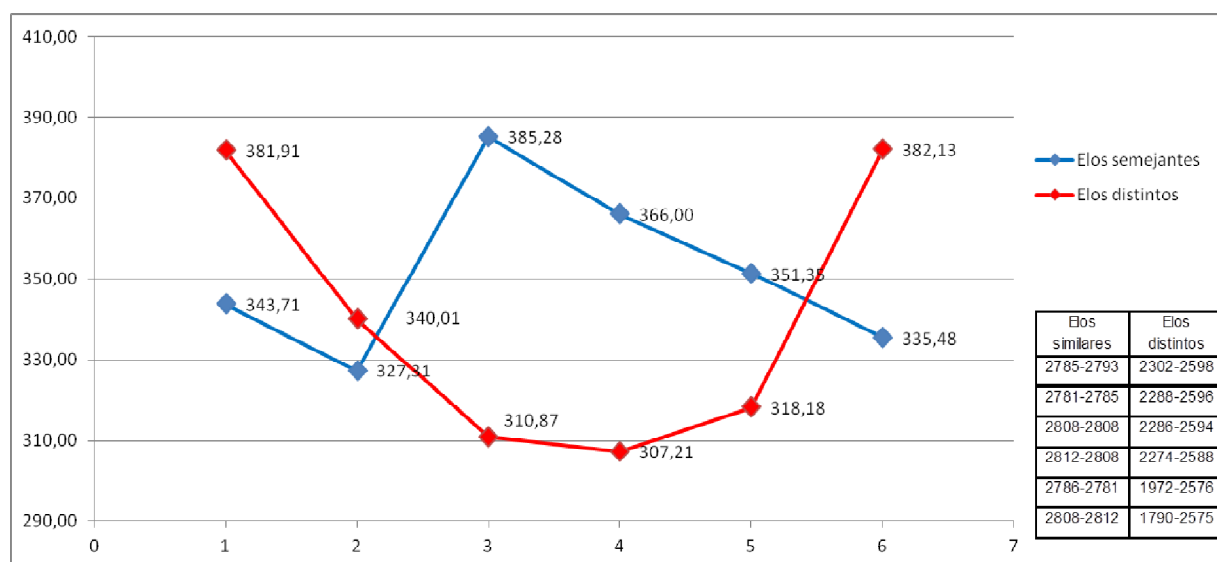


Figura 20: distancia entre jugadas de una misma partida.



En la figura 21 se puede ver la distancia entre los movimientos entre 6 partidas con ellos semejantes (color azul) y 6 partidas con ellos muy distintos (color rojo), ambas de 40 movimientos.

Figura 21: distancia entre movimientos de dos partidas



En la figura 22 se puede ver la comparación de distancia realizada entre 83 partidas, los marcadores rombo rojo tienen los 2808-2785 y 2793-2771 y tienen una distancia de 331,42 y 331,08.

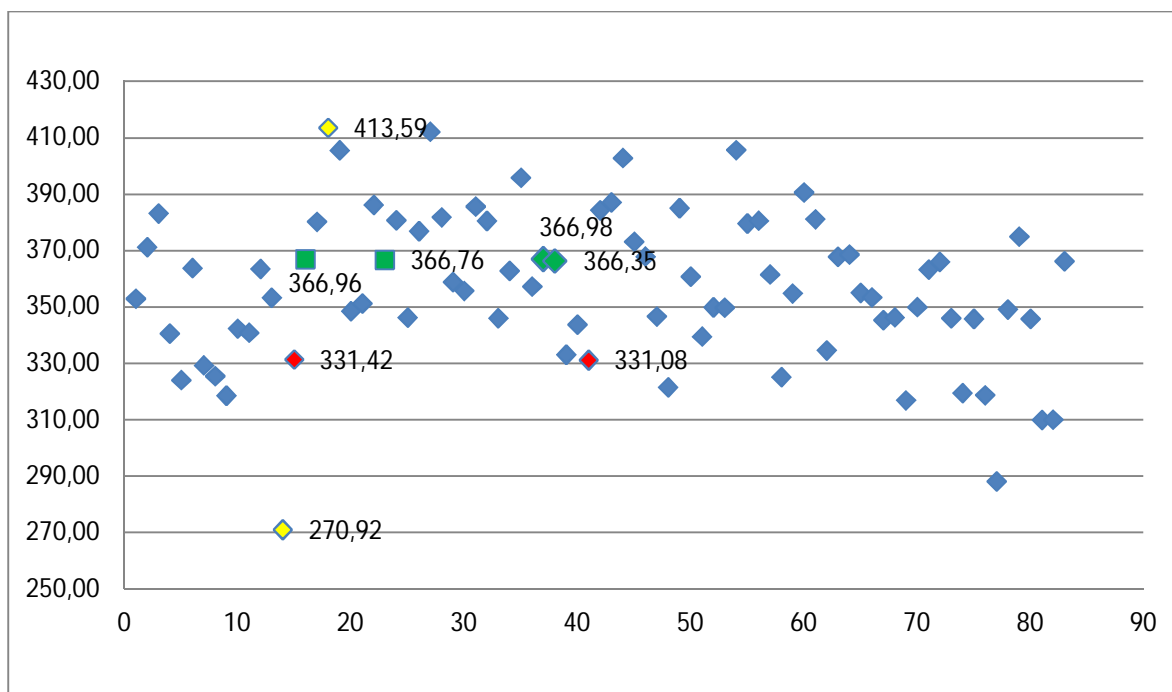
Los marcadores cuadrado verde tienen los 2808-2812 y 2808-2786 y tienen una distancia de 366,96 y 366,76.

Los marcadores rombo verde tienen los 2690-2448 y 2448-2689 y tienen una distancia de 366,98 y 366,35.

Los valores anteriores hacen suponer que, en las jugadas donde la sumatoria de las distancias de sus jugadas son similares, sus elos son similares también.

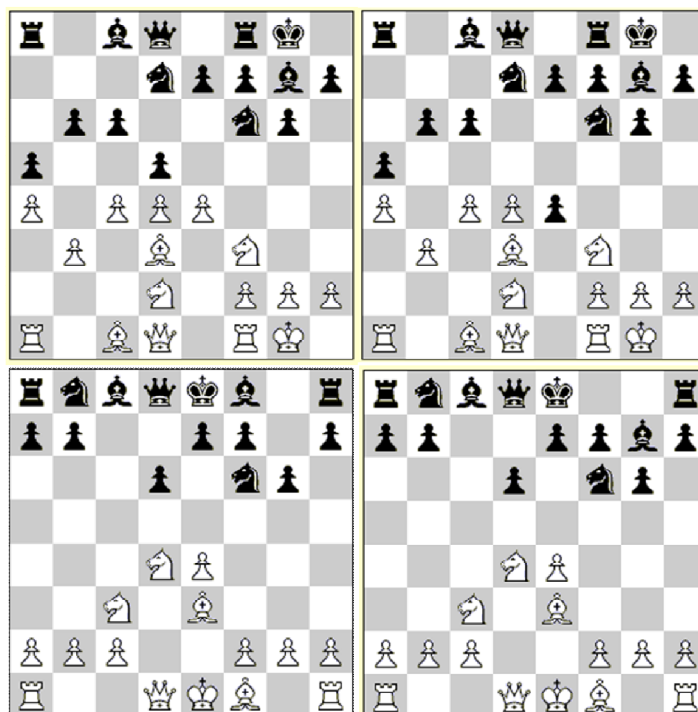
Pero si observamos los dos puntos más alejados, con el marcador rombo amarillo, con una distancia de 270,92 y 413,59, sus elos son 2793-2771 y 2786-2808.

Figura 22: distancia comparativa entre 83 partidas



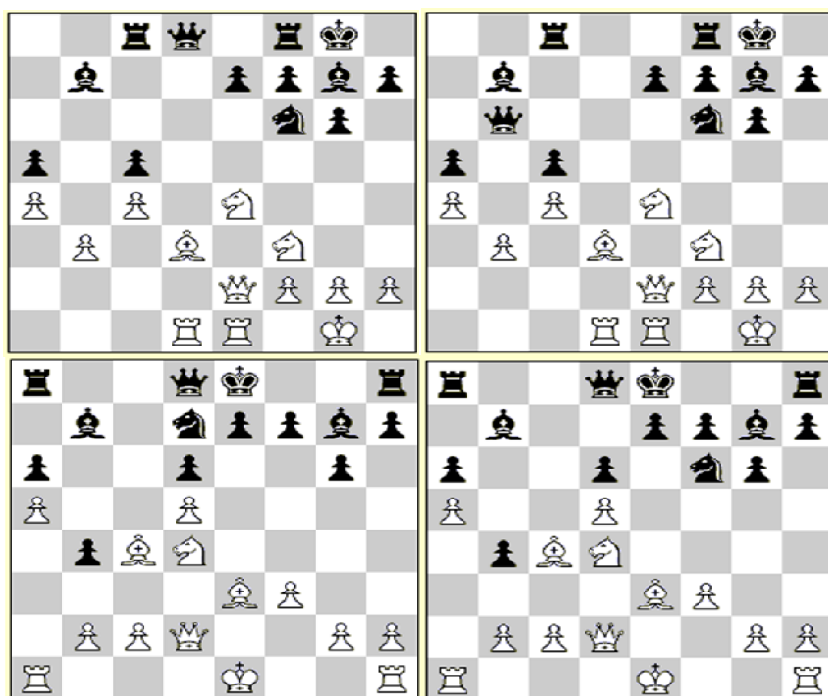
Si se comparan 2 jugadas de dos partidas distintas, la fórmula de distancia indica que los dos primeros tableros de la figura 23 tienen la misma distancia (8.18535277187245) que los segundos tableros. Lo mismo sucede en la figura 24 con una distancia de 8.12403840463596.

Figura 23: tableros con igual distancia



Fuente: elaboración propia utilizando el editor de tableros de ajedrezeureka.com

Figura 24: tableros con igual distancia



Fuente: elaboración propia utilizando el editor de tableros de ajedrezeureka.com

5. Discusiones y conclusiones

La abundante información sobre partidas de ajedrez almacenadas en la web ha servido para analizar las innumerables jugadas realizadas por múltiples jugadores y obtener estrategias que permitan mejorar las estrategias de los jugadores que se están iniciando en el juego y también mejorar el desempeño de jugadores experimentados.

En este documento se presenta un sistema de aprendizaje automático como forma de clasificar una jugada según el Elo de los jugadores. El algoritmo desarrollado en esta investigación permite la búsqueda de jugadas y saber cuál es el promedio de Elo de los jugadores que resolvieron la jugada de la misma manera. Con esos mismos datos se podría realizar una búsqueda por nivel de Elo de los jugadores ya sea por rango de Elo, o por un Elo en particular. El sistema toma las partidas en formato PGN, convierte cada movimiento en formato FEN y permite buscar un tablero en particular para obtener el Elo de los jugadores. La dificultad encontrada en esta metodología es la cantidad de comparaciones necesarias para llegar a los resultados buscados.

La función de similitud implementada a partir del trabajo de Brown y cols. (2017) permite agrupar juegos de ajedrez similares para reducir la cantidad de partidas a analizar.

7. Trabajos futuros

La cantidad posible de combinaciones válidas en un tablero de ajedrez es aproximadamente 10^{40} (González et. Al, 2016), por lo cual es difícil encontrar dos jugadas iguales con una búsqueda por posición exacta, además del tiempo que lleva y de recursos que consume analizar un gran número de partidas, para llegar a un mejor resultado se necesitaría

invertir mayor tiempo y desarrollar un algoritmo más eficiente para almacenar y analizar las partidas.

González et. Al (2016) desarrollaron una función de similitud donde le asignaron distintos costos a cada tipo de pieza para calcular el costo mínimo de movimientos para obtener el tablero final a partir de un tablero origen como forma de encontrar patrones abstractos de posición. Esto nos daría los tableros similares permitiendo realizar una búsqueda con una mayor probabilidad de coincidencias.

Brown y cols. (2017) realizaron un módulo de aprendizaje no supervisado con el objetivo de agrupar partidas similares para reducir el número de partidas a analizar y detectar partidas inusuales pero interesantes de estudiar. Para ello aplicaron una función de similitud como la ya mencionada en (González et. Al, 2016).

En este trabajo se llegó a implementar la función de distancia de Brown y cols (2017) y a realizar algunas comparaciones no concluyentes por lo que queda como trabajo futuro realizar la clasificación de las partidas de ajedrez y su posterior análisis.

Referencias

AbcBlogs <https://abcblogs.abc.es/>

Ajedrez para la convivencia. <http://www.ajedrezparalaconvivencia.edu.uy/acerca-del-proyecto-ajedrez-para-la-convivencia/>

Amat Rodrigo, J. (2017) Clustering y heatmaps: aprendizaje no supervisado. Disponible en: https://www.cienciadedatos.net/documentos/37_clustering_y_heatmaps

Benítez López, J., & Roca Martínez, A. (15 de Mayo de 2018). *Las matemáticas escondidas en la puntuación Elo del ajedrez*. Obtenido de Universitat Politècnica de Valencia: <http://hdl.handle.net/10251/120543>

- Brown J., Cuzzocrea A., Kresta M., Kristjanson K., Leung C. Tebinka T., *A Machine Learning Tool for Supporting Advanced Knowledge Discovery from Chess Game Data*, 2017 16th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA), 2017, pp. 649-654, doi: 10.1109/ICMLA.2017.00-87.
- Chess <https://www.chess.com/es/computer-chess-championship>, recuperado el 20 de setiembre de 2021.
- ChessBase. https://es.chessbase.com/post/arpad-elo-y-el-sistema-de-puntuacion-elo#Appendix_a
- ChessClub. <https://www.chessclub.com/help/PGN-spec>
- Chess News. <https://en.chessbase.com/post/the-sonas-rating-formula-better-than-elo>
- Crowther, M. (2021), *The Week in Chess*, <https://theweekinchess.com/>
- Cuadrado Lomas, F. 20 de setiembre de 2021, *La notación algebraica en ajedrez*. EFisicaFelixCuadradoLomas. <http://efisicafelixcuadradolomas.blogspot.com/2018/01/la-notacion-algebraica-en-ajedrez.html>
- Dueñas F., Enríquez L., Mendoza L., Castro I., Zamora B., (2019), *El ajedrez como herramienta pedagógica para el desarrollo de la concentración de los estudiantes*. *Didáctica y Educación*. Vol X, Núm. 2. ISSN 224-2643 <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7244457.pdf>
- El cambio de la K en el Elo FIDE. <https://erral.wordpress.com/2014/08/31/el-cambio-de-la-k-en-la-fide/>
- González, Diego & Pascal, Andrés & De Battista, Anabella & Herrera, Norma. (2016). *Similarity Searching on Chess Databases*.
- Hagen, D. (2021), *Parsita*, GitHub Repository, <https://github.com/drhagen/parsita>
- Jiménez Jiménez, C. (2019). *Diseño de un sistema robótico educativo para jugar al ajedrez con robots industriales*. Obtenido de Universidad de Valladolid: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/36877>
- Jugadores de Ajedrez. *Los 20 mejores motores de ajedrez*. 10 de agosto de 2020. <https://jugadoresdeajedrez.com/informacion-general/los-20-mejores-motores-de-ajedrez/>
- Llerena Izquierdo, J., Robalino Alfonso, M., Andina Zambrano, M., & Grijalva Segovia, J. (2019). *Aplicación móvil para fortalecer el aprendizaje de ajedrez en estudiantes de escuela utilizando realidad aumentada y m-learning*. *Risti*, 120-133.
- Lescaille-Lescaille, J., Cuadra-Vázquez, J., Lescaille-Lescaille, N. (2019). *Influencia del ajedrez en la flexibilidad del pensamiento de niños en la enseñanza preescolar*. *Edusol*, Vol.19, Núm. 66, ISSN; 1729-8091.

- Lobaina-Lobaina, L. (2020). Actividades ajedrecísticas para mejorar el rendimiento de la memoria en los adultos mayores. Capablanca, 40-54.
- Notación de Forsyth-Edwards https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Notaci%C3%B3n_de_Forsyth-Edwards&oldid=135967564
- Martínez Guirao, A. (2012) La evolución del ajedrez como recurso educativo. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/235857241.pdf>
- Matteson, A. (2021), parse-pgn-files. GitHub Respostories. <https://github.com/matteson/parse-pgn-files/blob/main/Parse%20PGN%20files.ipynb>
- Matteson, A. (2021), Parsing PGN chess games with Python. Medium. <https://medium.com/analytics-vidhya/parsing-pgn-chess-games-with-python-68a2c199665c>
- Ochoa de Eribe Martínez, D. (08 de Mayo de 2020). Sistema inteligente de juego de ajedrez. Obtenido de Universidad del País Vasco: <http://hdl.handle.net/10810/43118>
- Sanango Peña, J. E. (Abril de 2019). Estudio y desarrollo de los algoritmos de visión y de inteligencia artificial aplicados a un robot, para resolver partidas de ajedrez hombre-máquina. Obtenido de Universitat Politècnica de Catalunya: <http://hdl.handle.net/2117/191946>
- Sistema de puntuación Elo. https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_de_puntuaci%C3%B3n_Elo&oldid=134883370
- Treviño Guerrero, S. G., & Tello Jiménez, J. J. (2021). Inhibición cognitiva y ajedrez: un estudio en alumnos de educación primaria. Revista de estudios y experiencias en educación, XX(42), 273-290.
- Wikipedia contributors. (2021, September 19). Portable Game Notation. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 14:54, September 20, 2021, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Portable_Game_Notation&oldid=1045219190
- Sistema de puntuación Elo. (2021, 16 de agosto). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 15:03, septiembre 20, 2021. https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_de_puntuaci%C3%B3n_Elo&oldid=137715458.